

京都大学 1974年 入学試験 文系数学 問題1

問題

二次関数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c は実数, $a \neq 0$) のグラフが三点 $(1, 3)$, $(2, 6)$, $(-1, 9)$ を通るといふ。
この関数 y の値が最小になるのは, x がどの値のときか。

解答

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$(1, 3), (2, 6), (-1, 9)$$

$$a + b + c = 3 \tag{1}$$

$$4a + 2b + c = 6 \tag{2}$$

$$a - b + c = 9 \tag{3}$$

$$(2)-(1)$$

$$3a + b = 3$$

$$(3)-(1)$$

$$-2b = 6$$

$$b = -3$$

$$3a - 3 = 3$$

$$a = 2$$

$$2 - 3 + c = 3$$

$$c = 4$$

$$(a, b, c) = (2, -3, 4)$$

$$y = f(x) = 2x^2 - 3x + 4$$

$$f'(x) = 4x - 3$$

$$f'(x) = 0 \text{ を解くと}$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{23}{8}$$

$f(x)$ は、2次の係数が正なので、下に凸。

したがって、最小値は、 $x = \frac{3}{4}$ のとき