

問題

- サイコロを1回または2回ふり、最後に出た目の数を得点とするゲームを考える。1回ふって出た目を見た上で、2回目をふるか否かを決めるのであるが、どのように決めるのが有利であるか。
- 上と同様のゲームで、3回ふることも許されるとしたら、2回目、3回目をふるか否かの決定はどのようにするのが有利か。

解答

1回サイコロをふって出る目の期待値は $\frac{7}{2}$

1.

最後に目出た目の数が得点となるので、1回目で得た値より2回目を行うことによる期待値が大きい場合には2回目を行った方が有利

よって、1回目の値が3以下の場合に2回目を行った方が有利

したがって1回目の目が3以下なら2回目をふるのが有利

2.

2回目をふってしまった後は、3回目をふるかどうかの判断は1.と同様となる。

1.の方法にしたがった場合の2回の試行による期待値は

$n \leq 3$ の場合 $\frac{7}{2}$

$n \geq 4$ の場合 n

よって2回目以降を行うことによる期待値は

$$\frac{7}{2} + \frac{4}{6} + \frac{5}{6} + \frac{6}{6} = \frac{17}{4}$$

よって1回目の目が4以下なら2回目以降を行った期待値の方が大きいので

1回目の目が4以下なら2回目以降を行う方が有利

以上より

2回目、3回目をふるか否かの決定は

1回目の目が4以下の場合は2回目をふる

2回目の目が3以下の場合は3回目をふる

とするのが有利である。