

京都大学 1980年 入学試験 文系数学 問題4

問題

A君は次のように考えた.

「さいころを6回ふることにする.  $m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  のおのおのについて,  $m$  回目に1の目が出る確率は  $\frac{1}{6}$  である. したがって, 6回のうちに少なくとも1回は1の目が出る確率は  $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 1$  である. すなわち, さいころを6回ふれば少なくとも1回は1の目が出る .」

A君の考えは正しいかどうかをいえ. もし正しくないならば, 誤りの原因を, なるべく簡潔に指摘せよ.  
解答

A君の考えは正しくない

誤りの原因は確率を加算したことにある。

排他な事象の起こる確率以外は加算することはできないが、この第  $m$  回目に1がでる確率はそれぞれ独立なので排他ではない。

したがって加算することはできない。

この場合加算できるように考えるならば

1回目に1がでる確率  $\frac{1}{6}$  と

1回目に1が出なかった場合に2回目で1がでる場合の数  $\frac{5 \cdot 1}{6^2}$  と

2回目までに1が出なかった場合に3回目で1がでる場合の数  $\frac{5^2 \cdot 1}{6^3}$  と

3回目までに1が出なかった場合に4回目で1がでる場合の数  $\frac{5^3 \cdot 1}{6^4}$  と

4回目までに1が出なかった場合に5回目で1がでる場合の数  $\frac{5^4 \cdot 1}{6^5}$  と

5回目までに1が出なかった場合に6回目で1がでる場合の数  $\frac{5^5 \cdot 1}{6^6}$

を加算する必要がある。

つまり

$$\frac{6^5 + 5 \cdot 6^4 + 5^2 \cdot 6^3 + 5^3 \cdot 6^2 + 5^4 \cdot 6 + 5^5}{6^6}$$

となる。

もっと簡単に考えるならば少なくとも1回は1が出る確率というのはすべて1以外が出る確率の反対の事象なので

すべて1以外が出る確率は  $\left(\frac{5}{6}\right)^6$  なので

$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^6$  である。

証明終了